

Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado. **Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara.** Se permite el uso de calculadoras.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] La función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$, es derivable en el punto $x = 0$. ¿Cuánto valen b y c ?
(Nota: $\ln(t)$ es el logaritmo neperiano de t .)

Ejercicio 2. [2'5 puntos] De las funciones continuas $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se sabe que

$$\int_1^2 (f(x)+g(x))dx=3, \int_2^3 (f(x)-g(x))dx=3, \int_1^3 f(x)dx=3, \int_1^2 2f(x)dx=3.$$

Calcula, si es posible, $\int_1^3 f(x)dx$ y, si no es posible, di por qué.

Ejercicio 3. Los puntos $A = (1, 2)$ y $B = (5, 6)$ son los extremos de un diámetro de una circunferencia.

(a) [1'5 puntos] Calcula la ecuación de la circunferencia.

(b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto A .

Ejercicio 4.- Se dice que dos matrices A y B son semejantes cuando existe una matriz invertible P tal que $AP = PB$

Halla a, b, c y d sabiendo que:

(a) [1'5 puntos] Prueba que las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ son semejantes.

(b) [1 punto] Resuelve los sistemas: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara. Se permite el uso de calculadoras.

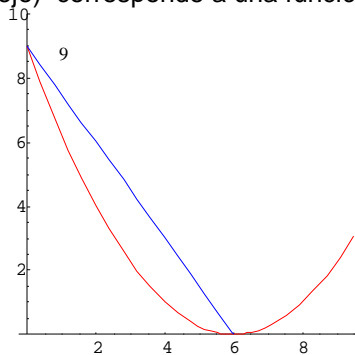
Opción B

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 2x$.

(a) [1'5 puntos] Demuestra que la recta tangente de ecuación $y = -2x + 1$ es tangente a la gráfica de la función y halla el punto de tangencia correspondiente.

(b) [1 punto] ¿Corta esta recta tangente a dicha gráfica en algún punto distinto al de tangencia?

Ejercicio 2. La gráfica f de la figura (en rojo) corresponde a una función polinómica de grado 2.



(a) [1'5 puntos] Determina una expresión algebraica de la función f .

(b) [1 punto] Determina el área de la región limitada por dicha función y la recta dibujada (en azul).

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Un paralelogramo cuyo centro es $M = (3/2, 3, 4)$ tiene por vértices los puntos $A = (1, 2, 3)$ y $B = (3, 2, 5)$.

(a) [1 punto] Halla las coordenadas de los otros dos vértices.

(b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta que pasa por M y es perpendicular al plano que contiene al paralelogramo.

(c) [0'5 puntos] Calcula el área del paralelogramo.

Ejercicio 4. Se dice que una matriz A cuadrada de orden 3 es ortogonal si su inversa A^{-1} y su traspuesta A^t coinciden. Dado un número real x sea B la matriz

$$B = \begin{pmatrix} \cos(x) & \sin(x) & 0 \\ -\sin(x) & \cos(x) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(a) [1'5 puntos] ¿Es ortogonal la matriz B ?

(b) [1 punto] ¿Es B^2 ortogonal?